

### Qüestions de 3 punts

1. Hui, dia 6 d'abril de 2016, és un dia important per a la família Serra. El pare i les tres filles celebren l'aniversari. El pare compleix 30 anys i les edats de les seues tres filles sumen 15 anys. En quin any el dia 6 d'abril passarà per primer cop que la suma de les edats de les tres filles serà més gran que l'edat del pare?

- A) 2021      B) 2022      C) 2023       D) 2024      E) 2025

2. En un torneig de futbol amb 5 equips, cadascun d'ells s'ha enfrontat als altres quatre exactament una vegada. En cada encontre al guanyador se li donen tres punts i al perdedor, zero, però si hi ha un empat es dona un punt a cadascun dels equips. Després de jugar tots els partits els equips han obtingut 10, 7, 5, 4 i 1 punt. Quants partits han acabat en un empat en aquest torneig?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

3. Quin és el resultat de  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$ ?

- A)  $\sqrt[3]{x}$       B)  $\sqrt[6]{x}$        C)  $\sqrt[8]{x}$       D)  $\sqrt[3]{x^2}$       E)  $\sqrt{x^3}$

4. Un guerrer pot tallar un, dos o tres caps del dragó cada vegada. Si talla un cap, quatre nous caps creixen en el seu lloc. Si talla dos caps, els dos caps tornen a créixer una altra vegada. Si talla tres caps, no creix cap altre cap. Quin dels nombres següents pot ser el que ens diu quants caps tenia el dragó al principi si durant la lluita, en un determinat moment, tenia 25 caps?

- A) 3      B) 5       C) 7      D) 9      E) 11

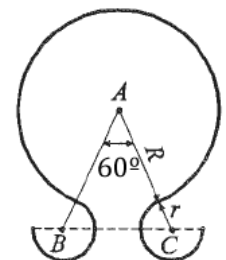
5. Quants nombres naturals  $x$  hi ha que compleixen les desigualtats  $1 < \frac{1}{6} + \frac{x}{2} < 2$ ?

- A) 0      B) 1       C) 2      D) 3      E) 4

6. A la classe de primer hi ha 24 xics i el 20% d'alumnes de la classe són xiques. També sabem que el 60% dels estudiants d'esta classe van anar a un curs per a aprendre a esquiar; la resta es van quedar a la classe. Quin és el nombre d'alumnes que es van quedar a la classe?

- A) 12      B) 14      C) 16      D) 18      E) 20

7. La figura està formada per tres arcs de circumferència. La circumferència de centre  $A$  té un radi  $R = 20$  cm. Les circumferències de centres  $B$  i  $C$  tenen un radi  $r = 10$  cm. L'angle  $BAC = 60^\circ$ . Quina és la longitud de la línia de la figura?



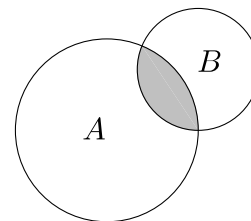
- A)  $120\pi$  cm      B)  $\frac{160\pi}{3}$  cm      C)  $\frac{140\pi}{3}$  cm  
 D)  $60\pi$  cm      E)  $\frac{200\pi}{3}$  cm

8. La meua torradora de pa té capacitat per a dues llesques de pa però només torra alhora una de les cares de cada llesca. A mi m'agraden les llesques torrades 30 segons per cada cara. Quin és el període de temps més curt per a torrar 3 llesques?

- A) 60 segons       B) 90 segons      C) 120 segons  
D) 1 minut i 20 segons      E) 1 minut i 40 segons

9. Dos cercles de radi 4 i 6 intersequen com en la figura. Quina és la diferència  $A - B$  entre l'àrea de les dues parts blanques (les que no s'intersequen)?

- A) 2      B)  $4\pi$       C)  $10\pi$        D)  $20\pi$   
E) Depèn de la posició dels cercles.



10. Quin és el dígit de les unitats del nombre  $2014^{2015} \cdot 2016^{2017}$ ?

- A) 2      B) 3       C) 4      D) 6      E) 8

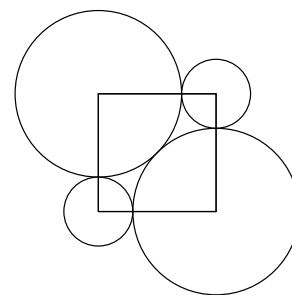
### Qüestions de 4 punts

11. En numerar les pàgines d'un llibre, els impressors van cometre un error i van botar-se les pàgines múltiples de 3, de manera que les pàgines del llibre es van numerar 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, etc. Si el llibre té realment 88 pàgines, quin és el número de la darrera pàgina amb aquesta numeració?

- A) 130       B) 131      C) 134      D) 263      E) 264

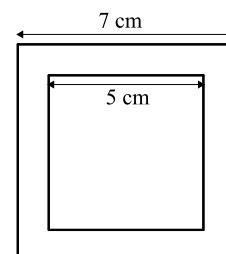
12. Els vèrtexs d'un quadrat són els centres de quatre circumferències: dues grans i dues xicotetes, com es mostra en el dibuix. Les circumferències grans són tangents entre elles i a les circumferències xicotetes. Quina és la raó entre el radi de les circumferències grans i el radi de les circumferències xicotetes?

- A)  $\frac{2}{9}$       B)  $\sqrt{5}$        C)  $1 + \sqrt{2}$       D) 2,5      E)  $0,8\pi$



13. Els centres dels quadrats de la figura coincideixen, i les longituds dels costats són 5 cm i 7 cm. Fem girar el quadrat xicotet sobre el seu centre, fins que els seus vèrtexs queden sobre els costats del quadrat gran. Quina és la raó dels segments determinats en cada un dels costats del quadrat gran?

- A) 3:4      B) 2:5      C) 5:9      D) 1:2      E) 4:7



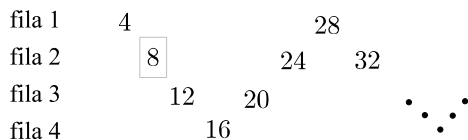
14. Si  $ac + ad + bc + bd = 68$  i  $c + d = 4$ , quin és el valor de  $a + b + c + d = ?$

- A) 4      B) 17       C) 21      D) 64      E) 85

15. Quants nombres enters  $n$  hi ha que compleixen la propietat que  $\frac{n}{20-n}$  és un nombre enter quadrat perfecte?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      **D**) 4                      E) 5

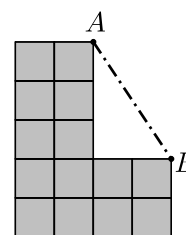
16. Escrivim els números 4, 8, 12, 16, ... en ziga-zaga, com es mostra a continuació:



En quina fila hi ha el número 1000?

- A) fila 1                      B) fila 2                      C) fila 3                      **D**) fila 4                      E) No es pot determinar.

17. La regió en forma de **L** està formada per quadrats iguals. La longitud de  $AB$  és  $\sqrt{65}$  cm. Quina és l'àrea de la regió en forma de **L**?



- A)  $56 \text{ cm}^2$                       B)  $65 \text{ cm}^2$                       **C**)  $70 \text{ cm}^2$   
D)  $182 \text{ cm}^2$                       E)  $28\sqrt{5} \text{ cm}^2$

18. Quina és la suma de tots els nombres enters de quatre xifres que es poden escriure amb les xifres 1,2,3 i 4 sense repeticions?

- A**) 66660                      B) 133320                      C) 711040                      D) 1422080                      E) Cap de les anteriors

19. La mitjana de set nombres és 49. Sumem 1 al primer nombre, 2 al segon, 3 al tercer i així fins al setè, que li sumem 7. Quina és la nova mitjana?

- A) 52                      **B**) 53                      C) 54                      D) 55                      E) 57

20. Si  $\log_n(2^n) = \frac{n}{4}$ , quin és el valor de  $n$ ?

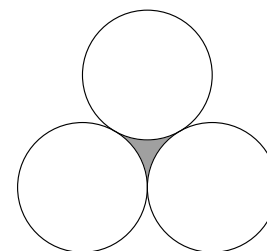
- A) 2                      B) 4                      C) 8                      **D**) 16                      E) 32

## Qüestions de 5 punts

21. Un robot pot fer l'operació següent: si li entrem un nombre natural  $n$  retorna la suma  $n+k$ , en què  $k$  és el major divisor de  $n$  diferent de  $n$ . El robot comença amb un nombre parell  $m$  no divisible per 4. Quin nombre retornarà després de 6 iteracions?

- A)  $6m$                       B)  $\frac{81m}{32}$                       C)  $\frac{9m}{2}$                       **D**)  $9m$                       E) Depèn d'altres divisors de  $m$ .

22. Tres circumferències de radi 1 són tangents mútuament, com es mostra en el dibuix. Quina és l'àrea de la regió ombrejada, compresa entre les tres circumferències?



- A)  $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$                       **B**)  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$                       C)  $\frac{\pi}{8}$   
D)  $\sqrt{3} - \frac{3\pi}{2}$                       E)  $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

23. Jo trie un nombre enter entre 1 i 15 (ambdòs compresos). Tu has de pensar un conjunt de nombres i preguntar-me si el meu nombre pertany a aquest conjunt o no. Jo sempre et conteste la veritat («sí» o «no»). Quin és el mínim nombre de preguntes amb què pots estar segur que sabràs el meu nombre?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      **D) 4**                      E) 14

24. Escollim aleatòriament tres punts de la figura adjunta. Quina és la probabilitat que els tres punts estiguen alineats?



- A)  $\frac{1}{12}$                       **B)  $\frac{1}{11}$**                       C)  $\frac{1}{16}$                       D)  $\frac{1}{8}$                       E)  $\frac{1}{4}$

25. Si  $f$  és una funció real de variable real que compleix que  $f(2x + 1) = 4x^2 + 14x$  per a tots els nombres reals  $x$ , quina és la suma de les solucions reals de l'equació  $f(x) = 0$ ?

- A) -6                      **B) -5**                      C) 0                      D) 5                      E) 6

26. Quin és el valor de l'expressió següent, que té 2016 termes i en la qual els signes + i - apareixen sempre tal com es pot observar, és a dir, dos signes + seguits d'un signe -?

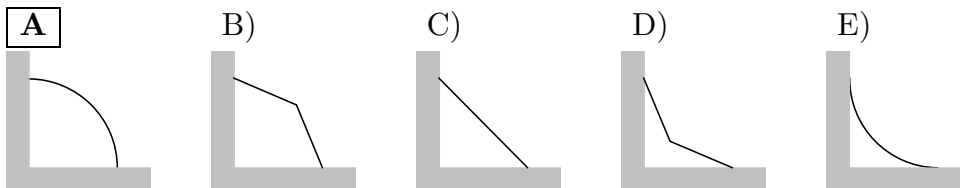
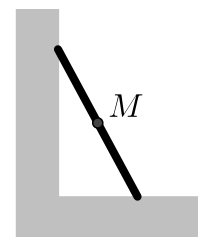
$$1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 - 9 + \dots + 2014 + 2015 - 2016.$$

- A)  $\frac{2013 \cdot 2013}{3}$                       B)  $\frac{2013 \cdot 2016}{3}$                       C)  $\frac{2016 \cdot 2016}{4}$                       **D)  $\frac{2013 \cdot 2016}{6}$**                       E)  $\frac{2013 \cdot 2013}{9}$

27. Quants nombres enters positius de tres xifres,  $N = abc$ , compleixen que  $a > b$ , que  $b > c$  i que  $N$  és divisible per 9?

- A) 7                      **B) 14**                      C) 45                      D) 21                      E) 9

28. Una fusta està recolzada a la paret i gradualment esvara cap a terra. Durant tot el procés la part superior està recolzada a la paret, i la part inferior sobre el terra. Quina és la corba que descriu el punt mitjà  $M$  de la fusta?



29. Si  $a + b = 4$  i  $a^2 + b^2 = 6$ , determineu el valor de  $a^3 + b^3$ .

- A) 4**                      B) 6                      C)  $2\sqrt{6}$                       D) 8                      E) No es pot calcular.

30. En la fracció

$$A = \frac{1 \cdot 5 \cdot 25 + 2 \cdot 10 \cdot 50 + 3 \cdot 15 \cdot 75 + \dots}{1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 8 + 3 \cdot 6 \cdot 12 + \dots}$$

tant el numerador com el denominador tenen 2016 termes. Tots els termes en cada suma es formen, com a producte de tres nombres, d'acord amb el patró que s'observa en els termes donats. Sabent que  $A$  és el cub d'un nombre racional, deduiu-ne el valor.

- A) 2,5                      B) 6,25                      C) 7,5                      **D) 15,625**                      E) 39,0625